

**В.І. Токарев**, д-р техн. наук  
**О.І. Запорожець**, д-р техн. наук

## ДОСЛІДЖЕННЯ АКУСТИЧНОГО ПОЛЯ БІЛЯ ПРУЖНОЇ ТОНКОЇ ПАНЕЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕГРАЛЬНОГО МЕТОДУ

Інститут транспортних технологій НАУ, e-mail: zap@nau.edu.ua

*Досліджено вплив граничних умов на розповсюдження, випромінювання і проходження акустичних хвиль крізь тонку еластичну панель. Обчислювальну модель отримано з використанням рівняння Гельмгольца та рівняння коливання пластини на основі інтегрального методу для акустичних полів біля пружної тонкої панелі та поширення згинних хвиль малих амплітуд.*

### Вступ

Взаємодія звукових коливань з поверхнями (розповсюдження хвиль вздовж імпедансних поверхонь, випромінювання та проходження акустичних хвиль крізь панелі) вивчалися різними дослідниками під час розв'язання прикладних інженерних задач [1–7].

Проблема випромінювання звука поверхнями, проходження акустичних хвиль крізь конструкцію має важливе прикладне значення при розробці звукопоглинаючих конструкцій, а також при зниженні шуму з допомогою звукоізоляції.

### Математична постановка задачі

Розглянемо математичну постановку задачі розповсюдження звуку вздовж імпедансних поверхонь, випромінювання та проходження акустичних хвиль крізь тонкі пружні пластини.

Припускаємо, що тонка та ізотропна нескінченна пластина збуджується гармонічним акустичним джерелом з частотою

$$\omega = ck,$$

де  $c$  – швидкість звуку в навколишньому середовищі;  $k$  – хвильове число.

Мультипольне джерело звуку має інтенсивність  $\Gamma(x, y, z)$ , тонка пружна пластина визначається рівнянням  $z=0$  (рис. 1).

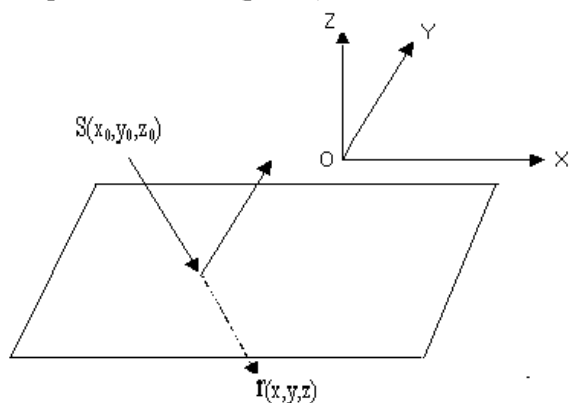


Рис. 1. Розрахункова схема розповсюдження звуку:  $S$  – точка знаходження джерела звуку,  $r$  – точка знаходження приймача звуку

Рівняння Гельмгольца і рівняння коливання тонкої пружної пластини запишемо у вигляді:

$$\Delta p + k^2 p = \Gamma(x, y, z), \quad (1)$$

$$D \left( \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \right) - \omega^2 m u = ;$$

$$= (p_2 - p_1)_{z=0};$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)};$$

$$m = \rho_p h,$$

де  $D$  – циліндрична жорсткість;  $E$  – комплексний модуль Юнга;  $h$  – товщина пластини;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $u$  – зсув елементів пластини;  $\rho_p$  – густина матеріалу;  $p_1, p_2$  – відповідно звуковий тиск над ( $z \geq 0$ ) і під пластиною ( $z \leq 0$ ).

Граничні умови для даної задачі запишемо у вигляді:

$$\frac{1}{\rho \omega^2} \left[ \frac{\partial p_1(x, y, z)}{\partial z} + ik\beta p_1(x, y, z) \right]_{z=0} =$$

$$= \frac{1}{\rho \omega^2} \left[ \frac{\partial p_2(x, y, z)}{\partial z} + ik\beta p_2(x, y, z) \right]_{z=0}$$

$$= u(x, y), \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина повітря;  $\beta$  – нормалізований адмітанс.

На розв'язання рівнянь (1), (2) накладаються умови Зоммерфельда – згасання хвиль на великих відстанях від джерела.

Звуковий тиск над пластиною ( $z \geq 0$ )  $p_1$  є сумою падаючої і відбитої хвиль.

Звукове поле під пластиною ( $z \leq 0$ ) визначає акустичну хвилю, що пройшла крізь пластину  $p_2$ .

Отже, розв'язання поставленої проблеми є визначенням розв'язання рівняння (1) з урахуванням граничних умов (2).

**Відбивання звуку від однорідної поверхні**

Загальний розв'язок рівняння (1) для падаючої та відбитої хвиль запишемо у вигляді [8]:

$$p_1 = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta_x d\beta_y \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) \exp[-i(\beta_x x + \beta_y y + \beta_z z)]}{k^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2} d\beta_z + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha, \delta) \exp(-\gamma z - i\alpha x - i\delta y) d\alpha d\delta \quad (3)$$

де  $\Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$  – перетворення Фур'є для мультитипових джерел:

$$\Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, y, z) \exp[i(\beta_x x + \beta_y y + \beta_z z)] dx dy dz$$

$\beta_x, \beta_y, \beta_z, \alpha, \delta$  – деякі комплексні змінні;

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \delta^2 - k^2} = -i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2},$$

$A(\alpha, \delta)$  – невідома функція;

$$\operatorname{Re} \gamma > 0, z > 0.$$

Акустичний тиск для хвилі, що пройшла крізь пластину, запишемо у вигляді:

$$p_2 = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta_x d\beta_y \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(\beta_x, \beta_y) \Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) \exp[-i(\beta_x x + \beta_y y + \beta_z z)]}{k^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2} d\beta_z \quad (4)$$

де  $B(\beta_x, \beta_y)$  – невідома функція, що визначає коефіцієнт проходження звуку.

Перетворення Фур'є для елементів зсуву пластини задається співвідношенням:

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_p(\alpha, \delta) \exp[-i(\alpha x + \delta y)] d\alpha d\delta. \quad (5)$$

Використовуючи граничні умови (2), отримуємо систему інтегральних рівнянь:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m] u(\alpha, \delta) d\alpha d\delta = \\ & = -\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[1 - B(\beta_x, \beta_y)] \Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) \exp[-i(\beta_x x + \beta_y y)]}{k^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2} d\beta_x d\beta_y d\beta_z - \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha, \delta) \exp[-i(\alpha x + \delta y)] d\alpha d\delta; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(ik\beta - i\beta_z) \Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) \exp[-i(\beta_x x + \beta_y y)]}{k^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2} d\beta_x d\beta_y d\beta_z = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(\beta_x, \beta_y) (ik\beta - i\beta_z) \Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) \exp[-i(\beta_x x + \beta_y y)]}{k^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2} d\beta_x d\beta_y d\beta_z; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho \omega^2 (2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(\beta_x, \beta_y) (ik\beta - i\beta_z) \Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) \exp[-i(\beta_x x + \beta_y y)]}{k^2 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_z^2} d\beta_x d\beta_y d\beta_z = \\ & = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_p(\alpha, \delta) \exp[-i(\alpha x + \delta y)] d\alpha d\delta. \end{aligned} \quad (8)$$

Розв'язання системи рівнянь (6)–(8) досягається використанням оберненого перетворення

Фур'є, що дає можливість отримати невідомі функції  $A(\alpha, \delta)$ ,  $B(\alpha, \delta)$ ,  $u_p(\alpha, \delta)$ :

$$A(\alpha, \delta) = A'(\alpha, \delta) + A''(\alpha, \delta),$$

$$A'(\alpha, \delta) = \frac{i\sqrt{2\pi}(\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2} - k\beta) \Gamma(\alpha, \delta, \sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})}{\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}(\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2} + k\beta)}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} A''(\alpha, \delta) = & -\frac{i\rho\omega^2\sqrt{2\pi}(1 - \frac{k\beta}{\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}})}{\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}(1 + \frac{k\beta}{\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}})} \times \\ & \times \frac{\Gamma(\alpha, \delta, \sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})}{\{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}(1 - \frac{k^2\beta^2}{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]\}}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$B(\alpha, \delta) = \frac{2\rho\omega^2}{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}(1 - \frac{k^2\beta^2}{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]}, \quad (11)$$

$$u_s(\alpha, \delta) = \frac{\sqrt{2\pi}(1 - \frac{k\beta}{\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}}) \Gamma(\alpha, \delta, \sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})}{\{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}(1 - \frac{k^2\beta^2}{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]\}}. \quad (12)$$

Як приклад розглянемо монопольне джерело, для якого:

$$\Gamma(x, y, z) = -\delta^{(D)}(x - x_0) \delta^{(D)}(y - y_0) \delta^{(D)}(z - z_0)$$

$$\Gamma(\beta_x, \beta_y, \beta_z) = -\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp[i(\beta_x x_0 + \beta_y y_0 + \beta_z z_0)],$$

де  $\delta^{(D)}(x - x_0)$ ,  $\delta^{(D)}(y - y_0)$ ,  $\delta^{(D)}(z - z_0)$  – функції Дірака.

У цьому випадку розв'язок (3) у формі виразу (9) є розв'язком граничної задачі:

$$\Delta p + k^2 p = \Gamma(x, y, z);$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial z} + ik\beta p \right)_{z=0} = 0.$$

Загальний розв'язок розглянутої граничної задачі запишемо у вигляді [8]:

$$p_1 = \frac{\exp(ikR)}{4\pi R} + \frac{\exp(ikR')}{4\pi R'} + p_\beta, \quad (13)$$

$$R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2};$$

$$R' = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z + z_0)^2};$$

$$p_\beta = -\frac{k\beta \exp[-ik\beta(z + z_0)]}{4} [H_0^{(1)}(kr\sqrt{1 - \beta^2}) - H_0^{(1)}(s', kr\sqrt{1 - \beta^2})];$$

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2};$$

$$s' = \vartheta'_1 - i\vartheta_0;$$

$$s' = \vartheta'_1 - i\vartheta_0;$$

$$\begin{aligned} \operatorname{ch} \vartheta_1 &= \frac{R'}{r}; \\ \cos \vartheta_0 &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}; \\ \sin \vartheta_0 &= \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned}$$

де  $H_0^{(1)}(s', kr\sqrt{1-\beta^2})$  – неповна циліндрична функція Ханкеля нульового роду першого порядку [9].

Використовуючи асимптотичне розкладення для функцій Ханкеля, при умовах:

$$\begin{aligned} |kr\sqrt{1-\beta^2} \sin(\vartheta_1 - i\vartheta_0)| &> 1; \\ |kr\sqrt{1-\beta^2}| &< \pi; \\ 0 < \vartheta_1 &< \pi \end{aligned}$$

розв'язок для звукового тиску монопольного акустичного джерела має вигляд:

$$p_\beta \approx -\frac{\beta \exp(ikR')}{2\pi R(\beta + \cos \theta_i)} \left[ 1 - \frac{i(1 + \beta \cos \theta_i)}{R'k(\beta + \cos \theta_i)^2} \right] \quad (14)$$

де  $\theta_i$  – кут падіння звукової хвилі.

Результати аналізу моделі (13), (14) шляхом порівняння з відомими результатами [1], та експериментальними даними показано на рис. 2, а ( $h_s = 0,1$  м,  $h_r = 0,4$  м,  $x_s = -2,2$  м,  $x_r = 0,2$  м,  $x_{\text{ref}} = -1,72$  м)

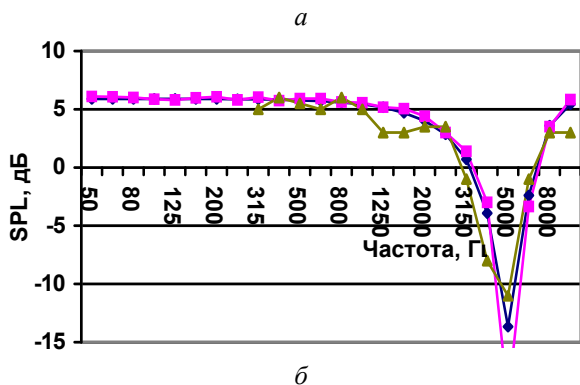
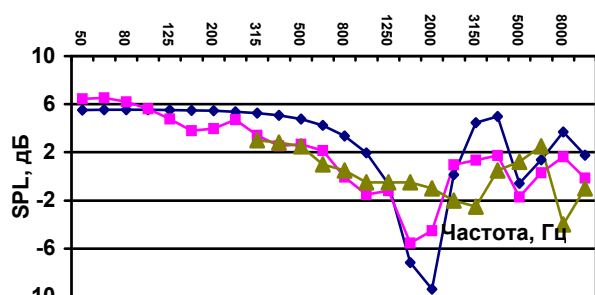


Рис. 2. Порівняння результатів розрахунку з результатами вимірювань:

а – праця [10, рис. 5,а]; б – праця [10, рис. 5,б]  
– модель із праці [1], – поточна модель;  
– вимірювання

### Відбивання звуку від неоднорідної поверхні

У випадку, коли на поверхні пластини відбуваються граничні умови

$$\frac{\partial p}{\partial z} + ik\beta_j p = 0,$$

де лінія  $x = 0$ ,  $z = 0$  поділяє пластину на дві півплощини:  $x > 0$  – нормалізований адмітанс  $\beta_2$  та  $x < 0$  – нормалізований адмітанс  $\beta_1$ . Розв'язок даної задачі для функції  $p_\beta$  у співвідношенні (13) запишемо у вигляді ( $\theta + \theta_0 \neq \pi$ ,  $kr, kr_0 \gg 1$ ):

$$\theta + \theta_0 > \pi; \quad 0 < \theta \leq \frac{\pi}{2};$$

$$p_\beta = \frac{\beta_2 I}{32\pi\sqrt{r_0}r(\cos \theta + \cos \theta_0)};$$

$$\theta + \theta_0 < \pi; \quad \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi;$$

$$p_\beta = -\frac{\beta_1 I}{32\pi\sqrt{r_0}r(\cos \theta + \cos \theta_0)},$$

де

$$I = \int_0^\infty H_0^{(1)}(kR_s) ds;$$

$$R_s = \sqrt{(y - y_0)^2 + (r + r_0 + s)^2};$$

$$x_0 = r_0 \cos \theta_0;$$

$$z_0 = r_0 \sin \theta_0;$$

$$x = r \cos \theta;$$

$$y = r \sin \theta.$$

Результати аналізу наведеної моделі відбивання звуку поверхнею з неоднорідним імпедансом шляхом порівняння з відомими результатами [1], та експериментальними даними [10] показано на рис. 2, б.

### Поглинання звуку при проходженні через пластину

У випадку, коли  $\beta = 0$ , розв'язки рівнянь (1) у формі (9)–(12) для граничних умов (2) спрощуються:

$$A(\alpha, \delta) = -\frac{\sqrt{2\pi}[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]\Gamma(\alpha, \delta, \sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})}{2\{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]\}}; \quad (15)$$

$$B(\alpha, \delta) = \frac{2\rho\omega^2}{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]}; \quad (16)$$

$$u_p(\alpha, \delta) = \frac{\sqrt{2\pi}\Gamma(\alpha, \delta, \sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2})}{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - \alpha^2 - \delta^2}[D(\alpha^2 + \delta^2)^2 - \omega^2 m]}. \quad (17)$$

Для монопольного джерела отримуємо розв'язок:

$$p_1 = \frac{\exp(ikR)}{4\pi R} + \frac{\exp(ikR')}{4\pi R'} + I_1',$$

$$p_2 = I_2',$$

$$I_1' = -\sum_{n=1}^{n=5} \frac{a_n \exp[it_n(z+z_0)]}{8} [H_0^{(1)}(r\sqrt{k^2-t_n^2}) - H_0^{(1)}(s', r\sqrt{k^2-t_n^2})];$$

$$I_2' = -\sum_{n=1}^{n=5} \frac{a_n \exp[it_n(z-z_0)]}{8} [H_0^{(1)}(r\sqrt{k^2-t_n^2}) - H_0^{(1)}(s, r\sqrt{k^2-t_n^2})];$$

де  $s = \vartheta_1 - i\vartheta_0$ ,  $ch\vartheta_1 = \frac{R}{r}$ ,  $t_n$  – корні алгебрично-го рівняння

$$1 - i\bar{d}t[1 - \bar{l}(k^2 - t^2)^2] = 0; \quad (18)$$

$$\bar{d} = \frac{m}{2\rho};$$

$$\bar{l} = \frac{D}{\omega^2 m};$$

$$a_n = \frac{1}{\prod_{k=1}^5 (t_n - t_k)} \quad k \neq n \quad (19)$$

Після перетворень рівнянь (3)–(5) з використанням розв'язань (15)–(17) у дальньому полі (для монопольного джерела за виключенням неоднорідних акустичних хвиль) отримаємо:

$$p_1 = \frac{\exp(ikR)}{4\pi R} + \frac{\exp(ikR')}{4\pi R'} + I_1; \quad (20)$$

$$p_2 = I_2; \quad (21)$$

$$u = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(iz_0 t) H_0^{(1)}(r\sqrt{k^2 - t^2}) t dt}{2\rho\omega^2 + i\sqrt{k^2 - t^2} [D(k^2 - t^2)^2 - \omega^2 m]}, \quad (22)$$

де

$$I_1 = -\frac{\rho\omega^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(z+z_0)t] H_0^{(1)}(r\sqrt{k^2 - t^2}) dt}{t[D(k^2 - t^2)^2 - \omega^2 m] - 2i\rho\omega^2};$$

$$I_2 = \frac{i}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(z-z_0)t] H_0^{(1)}(r\sqrt{k^2 - t^2}) 2\rho\omega^2 dt}{it[D(k^2 - t^2)^2 - \omega^2 m] + 2\rho\omega^2}.$$

Для оцінки інтегралів (20)–(22) у першому наближенні використовувався метод стаціонарної фази. Як результат застосування даного методу отримані такі розв'язки ( $kr \gg 1$ ):

$$I_1 \approx -\frac{\exp(\frac{ikr}{\sin\theta_0})(\sin\theta_0)^{\frac{3}{2}}}{4\pi r[1 - ib\cos\theta_0(1 - \bar{c}\sin^4\theta_0)]};$$

$$I_2 \approx \frac{\exp(\frac{ikr}{\sin\theta'_0})(\sin\theta'_0)^{\frac{3}{2}}}{4\pi r[1 - ib\cos\theta'_0(1 - \bar{c}\sin^4\theta'_0)]};$$

$$u \approx \frac{i\exp(\frac{ikr}{\sin\theta''_0})(\sin\theta''_0)^{\frac{3}{2}}\cos\theta''_0}{4\pi k r \rho c [1 - ib(1 - \bar{c}\sin^4\theta''_0)]};$$

$$\text{де } \operatorname{tg}\theta_0 = \frac{r}{r+z_0};$$

$$\operatorname{tg}\theta'_0 = \frac{r}{r-z_0};$$

$$\operatorname{tg}\theta''_0 = \frac{r}{z_0}; \quad b = \frac{km}{2\rho}; \quad \bar{c} = \frac{Dk^2}{c^2 m}.$$

На рис. 3 показано типові приклади коефіцієнта поглинання звуку  $TL$  для тонкої однорідної пластини товщиною  $h=0,01$  м зі свинцю, міді, сталі, дюралюмінію, плексиглазу, деревини.

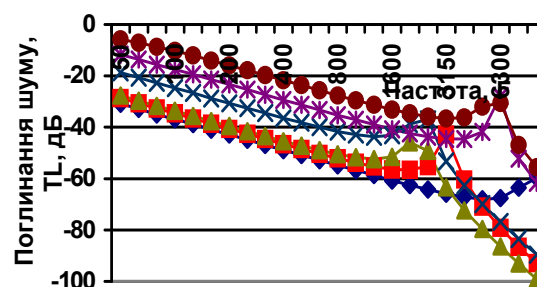


Рис. 3. Вплив характеристик матеріалу на властивості поглинання звуку пластиною за поточною моделлю:

– деревина; – плексиглас; – дюралюміній;  
– сталь; – мідь; – свинець

#### Обчислення поглинання звуку при проходженні через пластину точним методом

Знайдено точне розв'язання рівнянь (1) у формі (9)–(12) для граничних умов (2). На відміну від спрощених розв'язань рівнянь (15)–(17) формула для обчислення тиску звукової хвилі, яка проходить через пластину, має вигляд:

$$P_2 = \sum_{n=1}^5 P_{2n}; \quad (23)$$

$$P_{2n} = -\frac{a_n}{4\pi[k(z-z_0) - Rt_n]} \left\{ 1 - i \frac{kR - (z-z_0)t_n}{[k(z-z_0) - Rt_n]^2} \right\},$$

де корні алгебраїчного рівняння (18)  $t_n$  і коефіцієнти  $a_n$ : визначаються у формі (19). Рівняння (18) розраховується для кожної частоти досліджуваного спектру, і його розв'язання справедливі при  $\sin(\vartheta_1 + i\vartheta_0) > 1$ ;  $ch\vartheta_1 = \frac{R}{r}$ ;

$$\cos\Theta_n = \frac{k}{\sqrt{k^2 - t_n^2}}.$$

На рис. 4 показано результати обчислення звукоізоляції для сталюї пластини за формулою (23) і порівняння до них за законом мас за формулою з праці [11, формула (2.45)] на рис. 5.

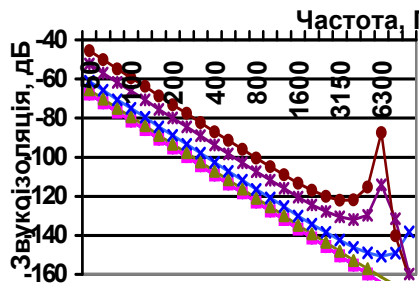


Рис. 5. Звукоізоляція сталюї пластини за формулою (23) для різних кутів падіння звукової хвилі:

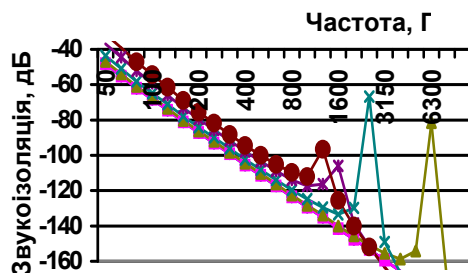


Рис. 5. Звукоізоляція сталюї пластини за законом мас для різних кутів падіння звукової хвилі:

Аналіз результатів на рис. 4 і 5 показує, що нові розв'язання відповідають закономірностям звукоізоляції пластиною відповідно до відомого закону мас. Для кращого порівняння для випадків кута падіння 0 та  $43,6^\circ$  це показано на рис. 6.

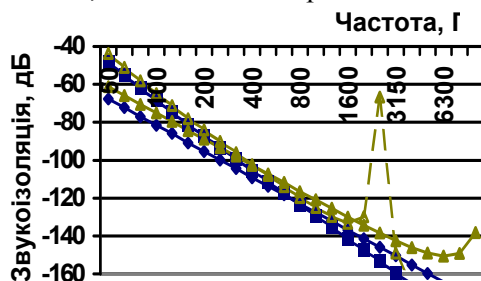


Рис. 6. Порівняння звукоізоляції сталюї пластини за законом мас (суцільна лінія) і розв'язання формули (23) (пунктирна лінія) для різних кутів падіння звукової хвилі:

Але для нового точного розв'язання ефект збігання хвиль (падаючої хвилі зі згинальними хвилями пластины) на критичній частоті виражений чіткіше і залежить від кута падіння падаючої хвилі.

### Висновки

Розроблений обчислювальний метод дозволяє досліджувати з єдиних методологічних позицій характеристики звукового поля – відбивання та поглинання тонкою пружною пластиною, яка знаходиться під навантаженням.

### Список літератури

1. Chien C.F., Soroka W.W. Sound propagation along an impedance plane // J. Sound Vib. – 1975. – Vol. 43. – P. 9–20.
2. Kai Ming Li, Taherzaden S., Attenborough K. Sound propagation from dipole source near an impedance plane // J. Acoust. Soc. Am. – 1997. – Vol. 101 (6). – P. 3343–3352.
3. Cremer L. Calculation of sound propagation in structures // Acustica. – 1953. – Vol. 3 (5). – P. 317.
4. Красильников В.Н. Влияние тонкого упругого слоя на распространение звука в жидком полупространстве // Акустический журн. – 1960. – Т. 6, вып. 2.
5. Лямшев Л.М. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. – М.: АН СССР, 1955. – 73 с.
6. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 352 с.
7. Боголепов И.И. Промышленная звукоизоляция. – Л.: Судостроение, 1986. – 368 с.
8. Запорожець О.І., Токарев В.І. Дослідження впливу імпедансної поверхні на розповсюдження акустичних хвиль // Вісн. НАУ. – № 1. – С. 240–247.
9. Агрест М.М., Максимов М.З. Теория неполных цилиндрических функций и их приложения. – М.: Атомиздат, 1965. – 351 с.
10. Daigle G.A., Nikolas J., Berry J.L. Propagation of noise above ground having an impedance discontinuity // J. Acoust. Soc. Am. – 1985. – Vol. 77, (1), – P. 127–138.
11. Основи акустичної екології / Під ред. В.С. Дідковського. – Кіровоград: Імекс ЛТД, 2002. – 520с.

Стаття надійшла до редакції 30.04.04.

В.І. Токарев, А.І. Запорожець

Исследование акустического поля около упругой тонкой панели с использованием интегрального метода

Исследовано влияние граничных условий на распространение, излучение и прохождение акустических волн сквозь тонкую эластическую панель. Решения получены с использованием уравнения Гельмгольца, уравнения колебания тонкой упругой пластины, интегрального метода для акустических полей около упругой тонкой панели и распространения изгибных волн малой амплитуды. Выполнено сравнение полученных результатов с данными экспериментальных исследований.

V.I. Tokarev, O.I. Zaporozhets

Investigation of acoustic field near to elastic thin plate using integral method

The influence of boundary conditions on sound wave propagation, radiation and transmission through thin elastic plate is investigated. Necessary for that numerical model was found using the Helmholtz equation and equation of oscillated plate by means of integral formulation of the solution for acoustic fields near to elastic thin plate and for bending waves of small amplitudes.

